

# Matis MIS1

## Modélisation des systèmes complexes

---

### Partie 2 : Calculer l'émergence et l'auto-organisation

**Cyrille Bertelle**

LITIS  
Laboratoire d'Informatique,  
du Traitement de l'Information et des Systèmes  
**Université du Havre**

**Master 2 Matis-MIS**





# Plan

- 1 **Calcul émergent : quelques exemples de modèles d'auto-organisation**
- 2 Références et compléments



## Systemes complexes : quels modes ?

- Modélisation phénoménologique (systèmes d'équations non linéaires, coopération, compétition, proie-prédateur)
- Modélisation constructive, décentralisée, individu-centrée, ...



## Outils : la simulation

Reprendre la présentation de Marie Piron "Modélisation et simulation de systèmes complexes"

slide "outils : la simulation" -> slide "conclusion : automates cellulaires"

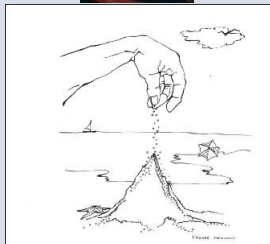


## Modèle de tas de sable (Per Bak)

### Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable

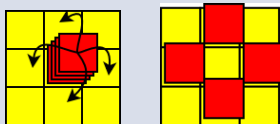
Per Bak propose un modèle appelé **criticalité auto-organisée** illustré par la formation de tas de sable.

- Des grains tombent en formant des tas dans des états critiques ;
- Avalanches de grains descendant sur les bords du tas ...
- Dont les amplitudes peuvent varier d'un grain à un effondrement catastrophique.



# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i - 1, j) \leftarrow Z(i - 1, j) + 1$$

$$Z(i + 1, j) \leftarrow Z(i + 1, j) + 1$$

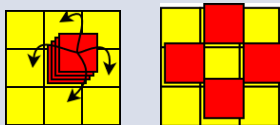
$$Z(i, j - 1) \leftarrow Z(i, j - 1) + 1$$

$$Z(i, j + 1) \leftarrow Z(i, j + 1) + 1$$

1	2	0	2	3
2	3	2	3	0
1	2	3	3	2
3	1	3	2	1
0	2	2	1	2

# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i - 1, j) \leftarrow Z(i - 1, j) + 1$$

$$Z(i + 1, j) \leftarrow Z(i + 1, j) + 1$$

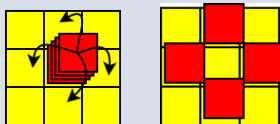
$$Z(i, j - 1) \leftarrow Z(i, j - 1) + 1$$

$$Z(i, j + 1) \leftarrow Z(i, j + 1) + 1$$

1	2	0	2	3
2	3	2	3	0
1	2	4	3	2
3	1	3	2	1
0	2	2	1	2

# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i-1, j) \leftarrow Z(i-1, j) + 1$$

$$Z(i+1, j) \leftarrow Z(i+1, j) + 1$$

$$Z(i, j-1) \leftarrow Z(i, j-1) + 1$$

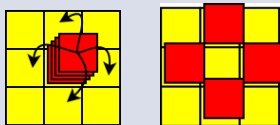
$$Z(i, j+1) \leftarrow Z(i, j+1) + 1$$

1	2	0	2	3
2	3	3	3	0
1	3	0	4	2
3	1	4	2	1
0	2	2	1	2



# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i-1, j) \leftarrow Z(i-1, j) + 1$$

$$Z(i+1, j) \leftarrow Z(i+1, j) + 1$$

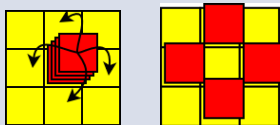
$$Z(i, j-1) \leftarrow Z(i, j-1) + 1$$

$$Z(i, j+1) \leftarrow Z(i, j+1) + 1$$

1	2	0	2	3
2	3	3	4	0
1	3	2	0	3
3	2	0	4	1
0	2	3	1	2

# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i-1, j) \leftarrow Z(i-1, j) + 1$$

$$Z(i+1, j) \leftarrow Z(i+1, j) + 1$$

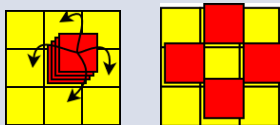
$$Z(i, j-1) \leftarrow Z(i, j-1) + 1$$

$$Z(i, j+1) \leftarrow Z(i, j+1) + 1$$

1	2	0	3	3
2	3	4	0	1
1	3	2	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	2	2

# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i - 1, j) \leftarrow Z(i - 1, j) + 1$$

$$Z(i + 1, j) \leftarrow Z(i + 1, j) + 1$$

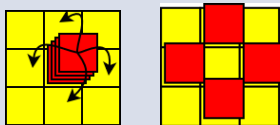
$$Z(i, j - 1) \leftarrow Z(i, j - 1) + 1$$

$$Z(i, j + 1) \leftarrow Z(i, j + 1) + 1$$

1	2	1	3	3
2	4	0	1	1
1	3	3	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	2	2

# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i - 1, j) \leftarrow Z(i - 1, j) + 1$$

$$Z(i + 1, j) \leftarrow Z(i + 1, j) + 1$$

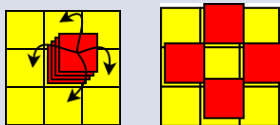
$$Z(i, j - 1) \leftarrow Z(i, j - 1) + 1$$

$$Z(i, j + 1) \leftarrow Z(i, j + 1) + 1$$

1	3	1	3	3
3	0	1	1	1
1	4	3	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	2	2

# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i - 1, j) \leftarrow Z(i - 1, j) + 1$$

$$Z(i + 1, j) \leftarrow Z(i + 1, j) + 1$$

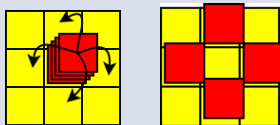
$$Z(i, j - 1) \leftarrow Z(i, j - 1) + 1$$

$$Z(i, j + 1) \leftarrow Z(i, j + 1) + 1$$

1	3	1	3	3
3	1	1	1	1
2	0	4	2	3
3	3	1	0	2
0	2	3	2	2

# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i - 1, j) \leftarrow Z(i - 1, j) + 1$$

$$Z(i + 1, j) \leftarrow Z(i + 1, j) + 1$$

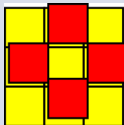
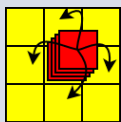
$$Z(i, j - 1) \leftarrow Z(i, j - 1) + 1$$

$$Z(i, j + 1) \leftarrow Z(i, j + 1) + 1$$

1	3	1	3	3
3	1	2	1	1
2	1	0	3	3
3	3	2	0	2
0	2	3	2	2

# Modèle de tas de sable (Per Bak)

## Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable



Si  $Z(i, j) \geq 4$  alors

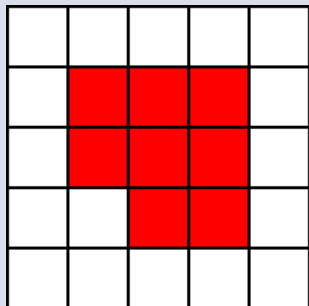
$$Z(i, j) \leftarrow Z(i, j) - 4$$

$$Z(i - 1, j) \leftarrow Z(i - 1, j) + 1$$

$$Z(i + 1, j) \leftarrow Z(i + 1, j) + 1$$

$$Z(i, j - 1) \leftarrow Z(i, j - 1) + 1$$

$$Z(i, j + 1) \leftarrow Z(i, j + 1) + 1$$



**Amplitude de  
l'avalanche :  
8 cases**

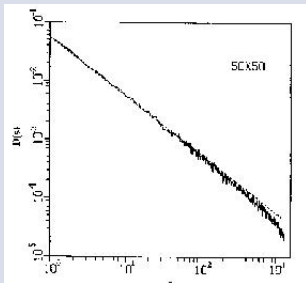


## Modèle de tas de sable (Per Bak)

### Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable

- Loi émergent de la dynamique de ce modèle : les grandes avalanches sont rares et les petites sont fréquentes (loi en puissance) :

$$N(s) = s^{-u}$$







## Modèle de tas de sable (Per Bak)

### Criticalité auto-organisée & modèle de tas de sable

Cette loi décrit de nombreux systèmes complexes auto-organisés :

- **Tremblements de terre:** pour 1000 d'amplitude 4 (échelle Richter), seuls 100 sont d'amplitude 5 et 10 d'amplitude 6 ;
- **Linguistique:** pour 1000 occurrences de "le" dans un livre, seules 100 occurrences de "je" et 10 de "dire";
- **Systèmes urbains:** Les grandes villes sont rares et les petites sont fréquentes.

# Modèle de ségrégation (T. Schelling)

## Motifs spatiaux émergents & Modèle de Schelling

- T. Schelling (Prix Nobel d'économie - 2005)
- Contribue à la meilleure compréhension des conflits et coopérations dans les institutions sociales
- Propose un modèle simple de ségrégation conduisant à des phénomènes d'auto-organisation spatiales



*Little Italy, San Diego*

# Modèle de ségrégation (T. Schelling)

## Règles à micro échelle

- Deux catégories de personnes se partagent un territoire.
- Schelling propose un modèle à base de règles sur un échiquier modélisant un territoire.

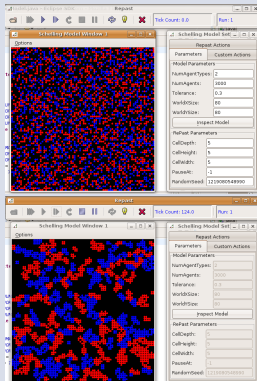


- Reste si au moins  $1/3$  des voisins de sa catégorie
- Déménagement aléatoirement, sinon

# Modèle de ségrégation (T. Schelling)

## Résultat de simulation

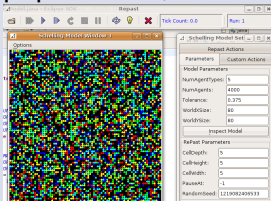
- Sur les figures suivantes, le modèle de schelling est calculer sur un automate cellulaire;
- Deux categories de personnes (cases rouges et vertes - bleu: case libre);
- Des patterns d'auto-organisation sont observés;



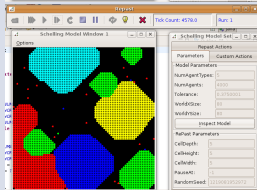
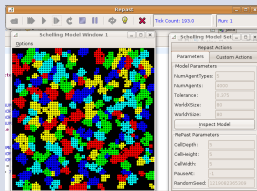
# Modèle de ségrégation (T. Schelling)

## Résultat de simulation

- Modèle étendu à 5 populations ;



- taux de tolérance = 0.375
- taux de tolérance = 0.3750001





## Modèle de ségrégation (T. Schelling)

### Et où est la loi d'émergence ?

- Des physiciens pourraient dire : “ok, de beaux dessins mais où est la loi d'émergence ?”
- Pas de lois explicite connue ... mais des formations de patterns
- Finalement quelques questionnements scientifiques :
  - Quel est la contribution des simulations sur ordinateurs en Science ?
  - Analyse des résultats de simulation : aide à la décision ou analyse formelle

Besoin de méthodes et d'algorithmes de détection d'organisations / structures



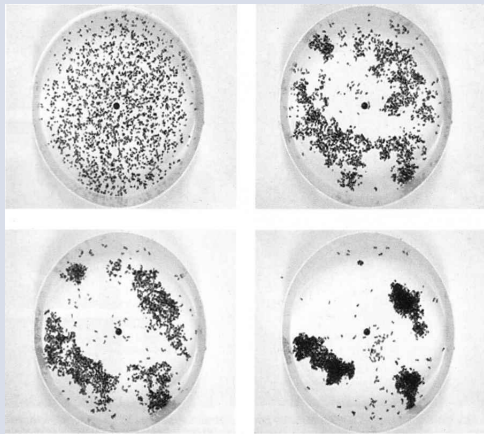
# Systemes de colonies de fourmis

## Principe

- Les systèmes d'insectes sociaux fournissent des modèles simplifiés de processus d'auto-organisation sans supervision.
- On en déduit des formalisations mathématiques et des modèles informatiques décentralisés ...
- dont le comportement global émerge des interactions.
- Beaucoup d'applications en ingénierie (calcul d'itinéraires, répartition de tâches et classification).

# Auto-organisations chez les fourmis

## Classification des cadavres



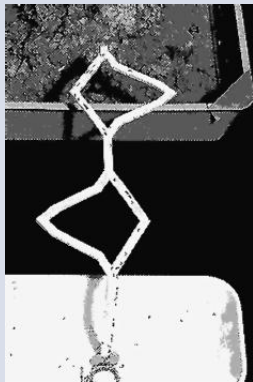


# Auto-organisation chez les fourmis

## Fourragement

Expérience de Deneubourg :

- Recherche du chemin optimal vers une source de nourriture
- Utilisation de phéromones attirant les congénères



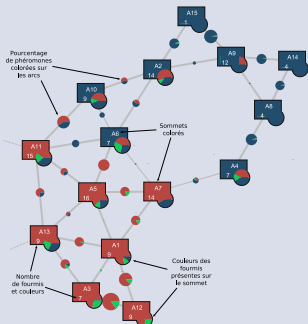


# Auto-organisation chez les fourmis

## Principe du modèle déduit

Environnement sous forme de graphe valué

- dépôt de phéromones artificielles comme valuation complémentaire des arêtes
- méthode de choix des arêtes influencées par les phéromones
- évaporation des phéromones
- variante avec des phéromones colorées





# Plan

- 1 Calcul émergent : quelques exemples de modèles d'auto-organisation
- 2 Références et compléments



## Références et compléments

### Livres

- Per Bak, "**Quand la nature s'organise**", Flammarion, 1999
- Paul Bourguin et Annick Lesne, "**Morphogenèse - l'origine des formes**", Belin, 2006
- Jean-Louis Lemoigne et Edgar Morin, "**Colloque de Cerisy - Intelligence de la complexité**", Edition de l'aube, 2007
- Réda Benkirane, "**La complexité, vertiges et promesses**", Editions Le Pommier, 2002
- Roger Lewin, "**La complexité**", InterEditions, 1994



## Références et compléments

### Livres

- Robert B. Laughlin, "**Un univers différent**", Fayard, 2005
- Fritjof Capra, "**Les connexions invisibles**", Editions du Rocher, 2004
- Alain Cardon, "**La complexité organisée**", Hermès, 2005
- Eric Bonabeau, Marco Dorigo, Guy Theraulaz, "**Swarm Intelligence**", Oxford University Press, 1999
- Gary William Flake, "**The computational Beauty of Nature**", the MIT Press, 1998



## Références et compléments

### Sites web

- Santa Fe Institute,  
<http://www.santafe.edu>
- Réseau National des Systèmes Complexes,  
<http://www.rnsc.fr>
- Institut des Systèmes complexes,  
<http://isc-pif.csregistry.org>
- Page web de Marco Dorigo,  
<http://iridia.ulb.ac.be/mdorigo>



## Références et compléments

### Sites web

- Page web d'Alexis Drogoul,  
<http://www-poleia.lip6.fr/drogoul/>
- Page web de Gérard Weishbuch,  
<http://www.lps.ens.fr/weisbuch/>
- Page web de W. Brian Arthur,  
<http://www.santafe.edu/wbarthur/>