

# Chap.1 - Modélisation : définition, classification et techniques

**Cyrille Bertelle**

[http : \\litis.univ-lehavre.fr \ \ ~bertelle](http://litis.univ-lehavre.fr/~bertelle)

UFRST - Université du Havre

**Master 1 Math-Info**

**Modèles différentiels, modèles discrets  
et programmation Matlab/Scilab**



# Sommaire

- 1 Qu'est-ce qu'un modèle ?
- 2 Modélisation mathématique
- 3 Classification des modèles traités dans l'unité d'enseignement

## Qu'est-ce qu'un modèle ?

### Une première définition d'un modèle

Représentation symbolique de certains aspects d'un objet ou d'un phénomène du monde réel

### Exemple de modèle de la vie courante

- Cartes géographiques
  - vue globale (d'un espace pouvant être étendu)
  - meilleure appréhension de certains phénomènes : localisations relatives, distances
  - **Mais restriction de la réalité**

*On ne peut jamais avoir un modèle représentant complètement la réalité sinon ce serait la réalité elle-même*

## Qu'est-ce qu'un modèle ? (cont.)

### Exemple de modèle de la vie courante (cont.)

- Modèles réduits et maquettes
  - restriction de la réalité mais meilleure appréhension de la vue d'ensemble
  - la taille de réduction est fonction de l'appréhension cherchée

*Un modèle doit être réalisé en fonction des résultats cherchés*

## Qu'est-ce qu'un modèle ?

### Une définition plus formelle

$A^*$  est un modèle de  $A$  pour  $X$  si  
 $X$  peut utiliser  $A^*$  pour répondre à des questions qui  
l'intéressent sur  $A$ .

(Marvin Minsky, 1965)

### Caractéristiques de cette définition

- Un objet ou un système cible
- Une question sur ce système
- Un utilisateur  $X$  qui a un objectif
- "Utiliser  $A^*$ " : abstraction et formalisme

## Qu'est-ce qu'un modèle ?

### **Une autre définition ... plus engagée !**

Dans le langage scientifique, le modèle est essentiellement un instrument heuristique qui vise, par le moyen de la fiction, à briser une interprétation inadéquate et à frayer la voie à une interprétation nouvelle plus adéquate.

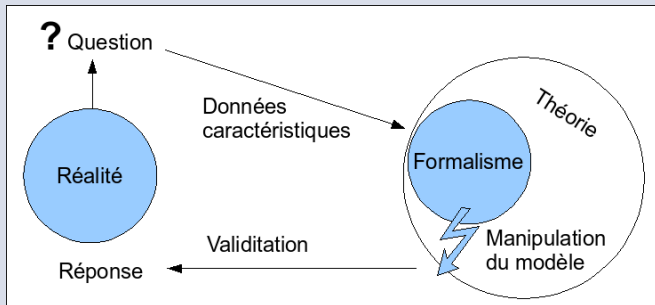
(Paul Ricœur, 1975)

## Qu'est-ce qu'un modèle ? (cont.)

### 3 types de modèles (selon Max Black & Paul Ricoeur)

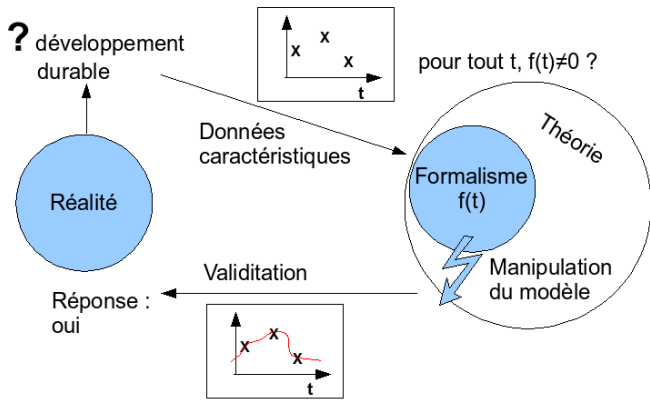
- “Modèle à l'échelle”. Le modèle miniaturise ou agrandit un objet. Agrandissement de la patte d'un insecte.
- “Modèle analogique”. Par exemple, l'analogie hydraulique ou électrique.
- “Modèle théorique”. Par exemple, modèle biologique de l'activité d'enzymes, représentés par des formes géométriques stylisées (cercles, carrés).

# Cycle de modélisation





# Cycle de modélisation



# Cycle de modélisation

## Formalisme

- Propositions et axiomes  
→ Modèle logique
- Grandeurs et flux  
→ Modèles à compartiments (analytiques)
- Lois d'évolution temporelles et spatiales  
→ Modèles équationnels (analytiques)
- Individus, comportements et interactions  
→ Modèles comportementaux, complexes, agents, distribués, ...

# Modéliser : pourquoi et comment ?

## Pourquoi modéliser ?

- Pour comprendre et expliquer
  - Test/élaboration d'hypothèses
  - Formalisation/vérification de théories
- Pour prédire et décider
  - Test de scénarios
  - Artefacts pour l'aide à la négociation

## Que doit-on prendre en compte pour élaborer un modèle ?

- L'objet/phénomène à représenter
- Le système formel choisi (graphique, physique, mathématiques, ...)
- L'objectif : information à retirer du modèle

# Un modèle ou des modèles ?

## Modéliser : une notion complexe et multiple

”Modéliser un problème“ n’a pas le même sens, ni le même intérêt suivant les domaines scientifiques

- En logique et en physique ?
- En biologie ou en sciences de l’ingénieur ?
- En climatologie ou en économie ?

(Pascal Nouvel, ”Enquête sur le concept de modèle“, PUF, 2002)

## Un modèle ou des modèles ? (cont.)

### Prudence

- Avoir plusieurs buts, c'est prendre le risque d'en atteindre aucun (Ex : prédire vs. comprendre)
- Plus la question est vague, plus le processus de modélisation est fluctuant
- Danger de réutiliser un modèle conçu (ou même validé) dans un cadre pour l'utiliser dans un autre.

# Modélisation mathématique

## Définition d'un modèle mathématique

- Représentation **mathématique** de certains aspects d'un objet ou d'un phénomène du monde réel
  - 1 Détermination de variables caractéristiques
  - 2 Ecriture de relations - équations - qui existent et lient plusieurs de ces variables

## Modélisation mathématique (cont.)

### un exemple : évolution de populations

- Variables :

- $t$ , le temps
- $N$ , l'effectif de la population
- $dN$ , l'accroissement de la population

- Relation(s) :

*L'accroissement de la population est proportionnel à l'effectif et à la durée de la période considérée*

$$dN = k.N.dt$$

où  $k$  est une constante de proportionalité

C'est un *modèle de connaissance* car la loi est basée sur la connaissance des éléments pris en compte

## Modélisation mathématique (cont.)

### un exemple : évolution de populations (cont.)

Problème : Comment calculer  $k$  ?

A l'aide

- de données expérimentales (relevés d'effectifs d'une population donnée à différents moments)
- d'une famille de fonctions mathématiques (polynômes, trigonométriques, exponentielles, etc.) dépendant d'un ou plusieurs paramètres
- d'algorithmes d'identification (statistiques, par exemple) qui calculent les paramètres décrivant la fonction qui est la plus proche des données expérimentales.



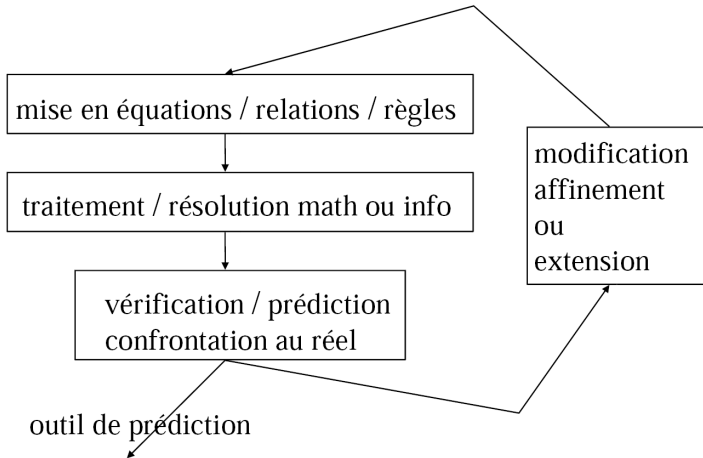
## Modélisation mathématique (cont.)

### un exemple : évolution de populations (cont.)

#### Remarques :

- Attention aux méthodes "redoutables" qui fourniront toujours une solution même si elle n'est pas pertinente. D'où le choix adéquat de la famille de fonctions et des paramètres qui doivent correspondre à des informations sémantiques et **constantes**.
- D'autres approches de modélisation peuvent conduire à des descriptions qualitatives plutôt qu'à des descriptions quantitatives.

## Schéma de modélisation

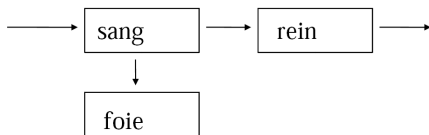


# Classification des modèles traités dans l'unité d'enseignement

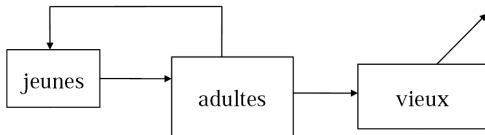
- 1 Modèles d'évolution en dynamique de population : problèmes différentiels (EDO)
- 2 Modèles d'interaction de populations : extension des modèles précédents ; modèles de coopérations, de compétitions et relation proies-prédateurs
- 3 Modèles à compartiments : flux d'échange entre des compartiments contenant de manière homogène les grandeurs étudiées

# Classification des modèles traités dans l'unité d'enseignement (cont.)

Exemple 1 : bio-mathématique



Exemple 2 : décomposition d'une population en tranches d'âges



# Classification des modèles traités dans l'unité d'enseignement (cont.)

- ④ Modèles de systèmes dynamiques par stocks/flux (diagrammes de Forrester)
- ⑤ Et l'espace ?
  - modèles de diffusion (peu traités ici ... mais ailleurs) : s'expriment mathématiquement par des équations aux dérivées partielles
  - modèles individus-centrés : plateforme de simulation agents