

# Chap.3 - Modèles d'évolution des populations

Cyrille Bertelle  
UFRST - Université du Havre

**Master 1 Math-Info**  
**Modèles différentiels, modèles discrets**  
**et programmation Matlab/Scilab**

Les illustrations utilisées dans ces transparents proviennent de l'excellent livre de

**Alan A. Berryman, “Population Systems - A general introduction”**

dont la première édition (1981) a été publiée chez Plenum Press et la seconde édition (2008) est publiée chez Springer (Pavel Kindlmann est associé à cette seconde édition, en tant que co-auteur)

- 1 Un aperçu rapide des systèmes
- 2 Description de la dynamique des populations
  - Définitions
  - Observations
- 3 Les modèles de croissances déterministes
  - Modèles exponentiels (Malthus)
  - Loi logistique (Verhulst)
  - Loi de Gompertz
  - Validation des modèles

# 1. Un aperçu rapide des systèmes

Qu'est-ce qu'un système ?

- Un ensemble d'objets qui interagissent, communiquent,
- qui dépendent les uns des autres,
- et donc opèrent comme un "tout"

Exemples:

- Le système solaire
- Une ville
- Le corps humain
- Une cellule

Hiérarchie des systèmes qui interagissent sur plusieurs niveaux d'échelles

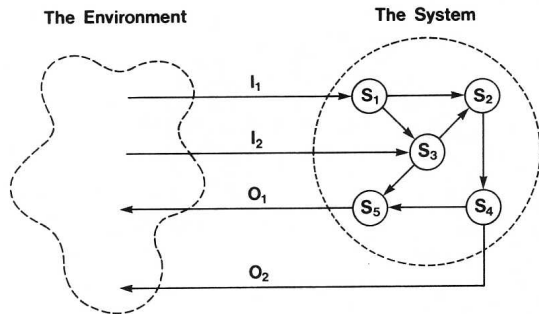
# Une vision hiérarchique des systèmes



# Système dans un environnement

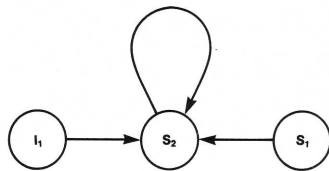
- On ne peut représenter séparément le système de son environnement
- Des éléments internes au système interagissent
- L'environnement agit sur le système ou est perçu par des éléments du système
- Les éléments peuvent agir (rétro-agir) sur le système

# Système dans un environnement

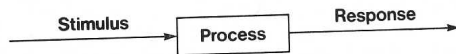


# Schématisation d'un système

- Pb: utiliser une représentation du système qui aide à sa compréhension ... le modéliser !
- On peut représenter un système à partir d'états et de transitions entre ces états



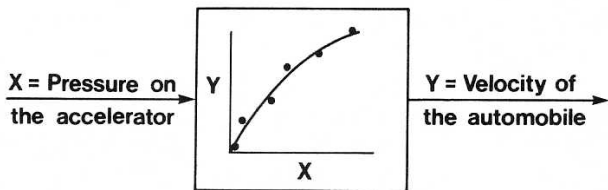
- Une autre représentation consiste à définir des processus avec des entrées et des sorties





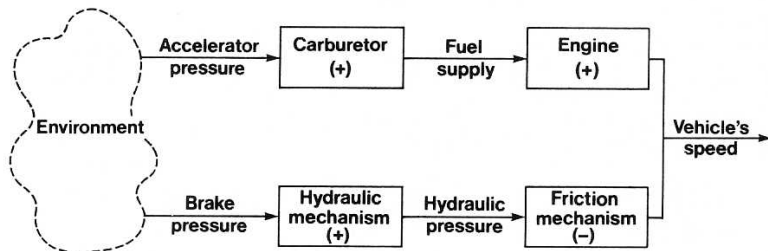
# Un exemple de processus régi par une loi

L'exemple suivant présente un processus global réglé par une loi qui exprime le résultat de la vitesse d'un véhicule à partir de la pression sur l'accélérateur



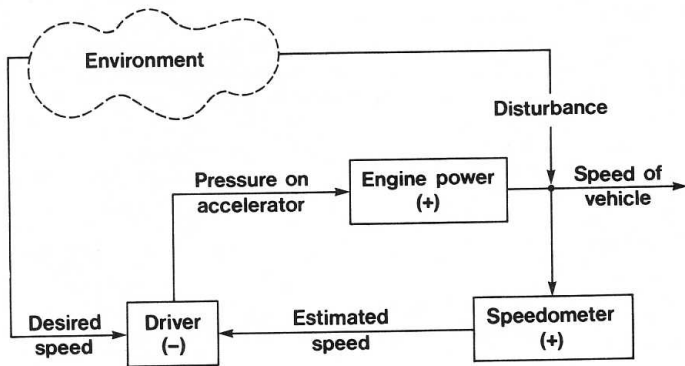
# Un exemple de processus régi par des règles

On peut aussi décrire un processus par un système de règles agissant sur des grandeurs



# Contrôle et feedback d'un système

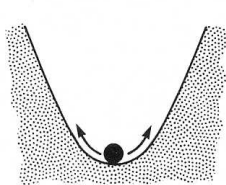
Une des caractéristiques des systèmes est qu'il peut induire des feedback ou rétro-action selon un principe décrit en cybernétique et correspondant à des phénomènes de régulation.



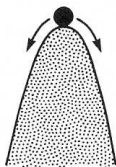
Une des propriétés à laquelle on doit s'intéresser est la stabilité.

- Quand un système est dans une situation où il est très contraint et ne peut plus évoluer ?
- Quand est-il dans une situation où il peut se déstabiliser de manière importante ?
- Comment les nouveaux états de stabilité sont atteints ?

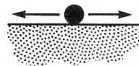
# Stabilité des systèmes



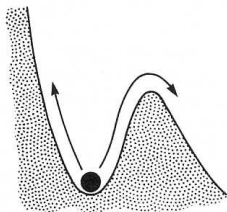
A



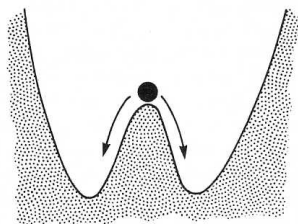
B



C



D



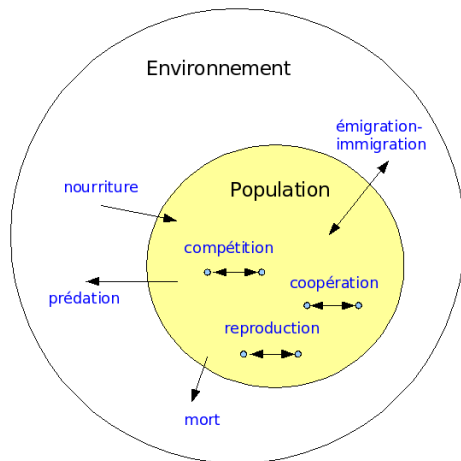
E

## 2. Description de la dynamique des populations

### Définitions

- On appelle **population** un groupe d'individus de même espèce qui vivent ensemble au même endroit  
Exemple :
  - Animaux sociaux
  - Bactéries (épidémie)
  - Cellules d'un organisme (Croissance d'un organe)
  - Végétaux
  - Atomes radioactifs
- Les individus de la population interagissent entre eux (coopérations, compétitions pour accéder à la nourriture ou à l'espace, reproduction, ...) et influent sur leur développement.
- La population interagit également avec l'environnement

# Interaction d'une population dans un environnement



On peut s'intéresser à la dynamique des populations sous l'un des 2 aspects suivants :

- Qualitatif : répartition spatiale des individus et son influence sur son développement (p.e. morphologie).
  - Cf. Jeux de la vie, systèmes de Lindenmayer, ...

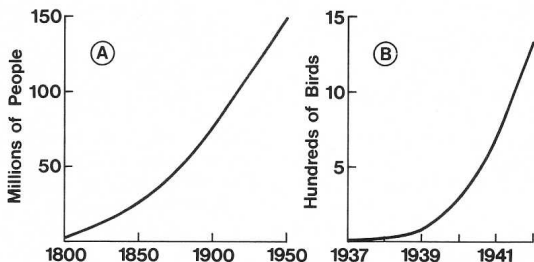
On n'abordera pas cet aspect dans ce chapitre.

- Quantitatif : calcul de la dynamique de l'effectif de la population en dehors de toute distribution spatiale. C'est cet aspect simplificateur que l'on traitera dans ce chapitre.



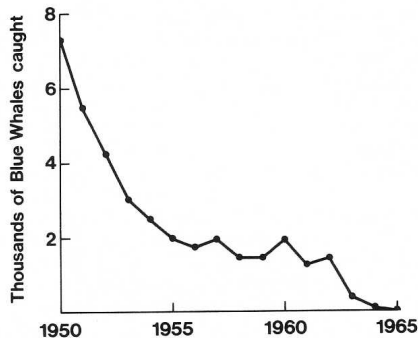
# Quelques observations de dynamique de populations

Certaines populations donnent l'impression d'une continuelle croissance. Par exemple, la population humaine à certaines phases, comme ci-après pour les USA jusqu'en 1950 ou encore des animaux (oiseaux) en parcs protégés.



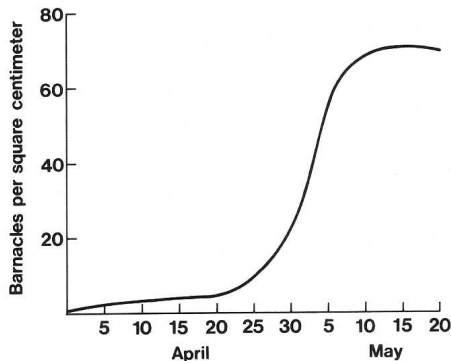
# Quelques observations de dynamique de populations

D'autres populations périssent et disparaissent comme ci-après l'effectif mondial des baleines bleues recensées.



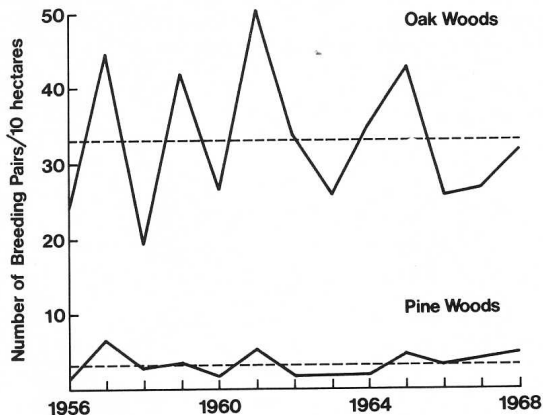
# Quelques observations de dynamique de populations

D'autres populations connaissent des périodes de croissance limitée. Par exemple, des oiseaux migrateurs (oies marines) recensés sur un lieu donné pendant une période de l'année.



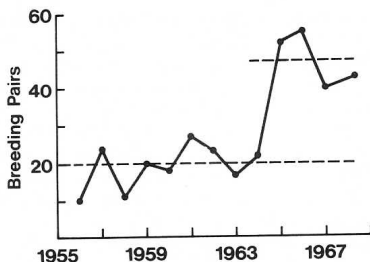
# Quelques observations de dynamique de populations

D'autres populations peuvent avoir des périodes de croissance présentant des oscillations + ou - grandes dues à des problèmes d'environnement. Ici, des forêts de chênes et de pins en Hollande.



# Quelques observations de dynamique de populations

Ou encore cette population de mésanges dans une forêt qui a été éclaircie en 1963.



# Quelques observations de dynamique de populations

Des populations connaissent des cycles de développement périodiques. Ici un cycle de 9 ans sur une population de vers de bourgeons de mélèze dans une vallée suisse. Souvent cela est dû à des phénomènes de feedback avec retard comme on le verra plus tard.

