

Master 1 Math-Info
MD2PMS

**TP 6 : étude de modèles discrétisés à partir de la loi
logistique**

Question 1 : Ecrire sous Scilab une feuille de calcul qui permet de tracer la loi logistique discrétisée sur l'intervalle $[0; 15]$:

$$N_{n+1} = (1 + R_m - sN_n)N_n$$

avec $R_m = 1$ et $s = R_m/1000$.

Question 2 : Reprendre la question précédente avec

- $R_m = 2$
- $R_m = 3$
- $R_m = 1.5$

Que remarque-t-on ? Caractériser les situations qualitativement différentes, en trouvant une condition sur R_m qui sépare les cas.

Question 3 : Phénomènes de décalage en temps ou délai de retard

Le modèle logistique discrétisé précédent peut s'écrire sous la forme

$$\begin{cases} R = R_m - sN_n \\ N_{n+1} = N_n + RN_n \end{cases}$$

où sN_n correspond ici à un terme de régulation du aux interactions entre les individus.

On suppose ici que ce terme de régulation est décalé en temps et qu'à l'instant $n + 1$, c'est la régulation relative à l'instant $n - 1$ qui va intervenir dans la dynamique :

$$\begin{cases} R = R_m - sN_{n-1} \\ N_{n+1} = N_n + RN_n \end{cases}$$

Plus généralement, si on a un délai de T itérations, on a

$$\begin{cases} R = R_m - sN_{n-T} \\ N_{n+1} = N_n + RN_n \end{cases}$$

Modifier le modèle précédent sous Scilab, en prenant $R_m = 1$ et en introduisant un délai de 1 itération.

Changer les valeurs de R_m pour caractériser des situations qualitativement différentes en trouvant une nouvelle condition qui sépare les cas.

Question 4 : Modèle intégrant des modifications de l'environnement

A partir du modèle de l'exercice précédent, on représente une modification de l'environnement par un changement de la valeur de R_m à un instant donné. Dans ce cas, N^* , la population maximale, se trouve également modifiée et on observe une évolution qualitative de l'effectif par rapport à son développement standard.

Reprendre l'exemple de l'exercice précédent (avec pour débiter cette étude, un délai T étant égal à 1) dans lequel R_m passe de la valeur 1.2 pendant les 4 premiers pas de temps à 1.8 aux pas de temps suivants. Tracer la courbe d'évolution de l'effectif de la population.