**Master 1 Math-Info**
**MD2PMS**

# TP 5 : représentation graphique de modèles différentiels avec Scilab

---

Scilab possède des fonctionnalités pour résoudre numériquement une équation différentielle avec une condition initiale

$$\begin{cases} u' = f(t,u) \\ u(t_0) = u_0 \end{cases}$$

où $u(t)$ est une fonction réelle à valeur réelle, $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $u_0 \in \mathbb{R}$.

La méthode préconisée ici est la suivante :

1. On définit la fonction $f$ comme une fonction Scilab

```
function y = f(t,u)
     // code de la fonction
     // renvoyant une valeur à y
endfunction
```

2. On définit un maillage 1D pour discrétiser le temps en une suite d'instants successifs $t_0, t_1, ..., t_n$, grâce à la construction

```
t = linspace(t_0, t_n, n+1)
```

3. On définit la condition initiale $u_0 = u(t_0)$ :

```
u_0 = ...
```

4. On appelle la fonction `ode` qui intégre l'équation numériquement pour les valeurs du maillage 1d, à partir de la condition initiale :

```
ode(u_0,t_0,t,f)
```

5. On peut alors tracer la solution grâce à la fonction `plot2d` :

```
plot2d(t,y)
```

**Question 1** : Suivre cette méthode pour faire un tracé graphique de la loi de Malthus définie par

$$\begin{cases} y' = ky \\ y(0) = 10 \end{cases}$$

**Question 2** : On dispose des données suivantes représentant la population des états-unis de 1800 à 1990 (voir annexe).

Tracer sur une même figure, la courbe de ces points représentés de manière discrète et la courbe de la loi de Malthus qui s'approche au mieux de ces points. L'ajustement de la loi de Malthus aux données, se fera de manière expérimentale en testant différentes valeurs pour le paramètre $k$ (pour les plus avancés, on pourra programmer une méthode de régression linéaire et l'utiliser ici).

**Question 3** : On s'interesse à la loi de Gompertz

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = \gamma N(t) \ln \frac{N^*}{N(t)} \\ N(0) = N_0 \end{cases}$$

Tracer des solutions pour les valeurs suivantes des paramètres :
- $N_0 = 10$, $N^* = 200$, $\gamma = 2$
- $N_0 = 180$, $N^* = 200$, $\gamma = -3$

A chacune des courbes précédentes, ajouter sur le même graphique, la courbe de la solution du modèle logistique pour les mêmes valeurs de $N_0$ et $N^*$ mais en prenant respectivement $\gamma = 0.02$ et $\gamma = -0.02$

Comme dans la question précédente, on ajuste expérimentalement cette loi sur les données de la population américaine de 1800 à 1990. Plus précisément sur un même graphique, on tracera
- Les données réels
- la loi de Gompertz en recherchant expérimentalement par essais successifs les valeurs de paramètres adéquates
- la loi logistique avec la même recherche

**Annexe** : effectif de la population des états-unis de 1800 à 1990

| Année | Effectif(en millions) |
|---|---|
| 1800 | 5.3 |
| 1810 | 7.24 |
| 1820 | 9.64 |
| 1830 | 12.68 |
| 1840 | 17.06 |
| 1850 | 23.19 |
| 1860 | 31.44 |
| 1870 | 38.56 |
| 1880 | 50.19 |
| 1890 | 62.98 |
| 1900 | 76.21 |
| 1910 | 92.23 |
| 1920 | 106.02 |
| 1930 | 123.20 |
| 1940 | 132.16 |
| 1950 | 151. 33 |
| 1960 | 179.32 |
| 1970 | 203.30 |
| 1980 | 226.54 |
| 1990 | 248.71 |