Master 1 Math-Info
MD2PMS

TP 4 : Scilab - Equations et systèmes différentiels

<u>Exercice</u> 1
Reprendre le code de traitement de l'équation de Van Der Pol donné en cours

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = c(1 - y^2(t))\frac{dy(t)}{dt} - y(t)$$

en prenant une valeur pour $c = 0.4$, par exemple et insérer un processus itératif qui va permettre de tracer des courbes de manière interactive dans la fenêtre 0 (celle du tracé du champ de vecteur et de ses portraits de phase).On saisit une condition initiale à la souris : en cliquant sur le bouton gauche de la souris à un endroit précis à l'intérieur de cette fenêtre, le programme trace alors la courbe du portrait de phase $(u1(t), u2(t))$ en résolvant numériquement l'équation différentielle avec comme condition initiale, les coordonnées du point ainsi saisi à la souris. Grâce à une boucle, on répète ce traitement et on trace ainsi autant de courbes que souhaité. On arrête le programme avec un clic droit sur la souris qui, détecté, permet alors de sortir de la boucle itérative de saisie de points de conditions initiales.

Pour effectuer ce traitement, on utilise une fonction prédéfinie en Scilab, appelée `xclick`. Les informations utiles sur son usage sont obtenus en consultant l'aide en ligne.

<u>Exercice</u> 2
On s'intéresse dans cette question, à l'attracteur de Lorentz qui a été mis en évidence par Edward Lorentz (1917-2008). Travaillant en tant que météorologue au célèbre MIT (Massachusetts Institute of Technology), il découvre une dynamique surprenante avec un système qui se formule assez simplement à partir de 3 équations. Cet attracteur est à la base du célèbre "effet

papillon" en raison de la forme géométrique du tracé de ses portraits de phase mais également en raison de la description imagée de la sensibilité aux conditions initiales de certains systèmes dynamiques, tels que ceux qui régissent le comportement des masses atmosphériques.
Cet attracteur est donc définit par le système différentiel suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dfrac{dx(t)}{dt} & = & a(y(t)-x(t)) \\ \dfrac{dy(t)}{dt} & = & cx(t)-x(t)z(t)-y(t) \\ \dfrac{dz(t)}{dt} & = & x(y)y(t)-bz(t) \\ x(0) & = & y(0)=z(0)=1 \end{array}\right.$$

On donne aux 3 paramètres de ce système les valeurs suivantes : $a = 10$, $b = 8/3$ et $c = 28$.

Ecrire sous Scilab, une procédure qui résout numériquement le système précédent et qui trace dans des fenêtres différentes :
- le plan de phase en 3 dimensions : $(x(t), y(t), z(t))$;
- les 3 projections en 2 dimensions $(x(t), y(t))$, $(x(t), z(t))$ et $(y(t), z(t))$ dans 3 fenêtres graphiques différentes ;
- les 3 séries temporelles $(t, x(t))$, $(t, y(t))$ et $(t, z(t))$ dans une même fenêtre.

Changer les valeurs des 3 paramètres et observer les résultats obtenus.