Master 1 Math-Info
MD2PMS

TP 1 : Scilab - introduction

Préambule : les objectifs de ce TP est de vous familiariser avec les commandes de bases de Scilab mais aussi de vous obliger à utiliser les aides intégrées à scilab ou encore accessibles en ligne pour retrouver les informations dont vous pouvez avoir besoin en complément de vos notes de cours.

Exercice 1

Taper les commandes suivantes, noter les messages d'erreurs et proposer des versions corrigées.

$rho = (1 + sqt(5))/2$

$A = [2, -1, 4, 12]; A = (2, 1)$

$A = [2, -1; 4, 12]; A(1, 3)$

$[1, 2] * [3, 4]$

$[1, 2, 3] + [7, 8]$

Exercice 2

A partir des vecteurs $V = [1, 2, 3]$ et $U = [4; 5; 6]$, proposer une manière de construire la matrice suivante.

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Exercice 3

Soit A une matrice carrée. Que vaut $diag(diag(A))$?

Exercice 4
Soit A une matrice quelconque d'ordre 4 et

$$D = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Calculer AD et DA. Que remarque-t-on ?

Exercice 5
Définir la matrice suivante d'ordre n (en utilisant l'aide sur la fonction $diag$) :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Exercice 6
Définir une matrice carrée A quelconque et construire en une seule instruction une matrice triangulaire inférieure T telle que $t_{ij} = a_{ij}$ pour $i > j$ et telle que $t_{ii} = 1$.

Exercice 7
Soit $A = (a_{ij})$ une matrice quelconque. Calculer la matrice $(f(a_{ij}))$ avec f pris successivement égale à :
$f(x) = e^x$
$f(x) = tan(2\pi x)$
$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$
$f(x) = (x-1)(x+4)$
$f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

Exercice 8
Soit la matrice

$$A = \left(\begin{array}{ccc|cc} 3 & 5 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array}\right)$$

1. Construire les blocs de matrice puis les assembler pour obtenir la matrice A
2. Construire la matrice A puis en extraire les 4 blocs
3. Calculer $2 * A$, $1 + A$, $A - 10$, $A./2$
4. A partir d'une autre matrice B de même dimension que A et découpée en bloc de ma même manière, composer le produit de A et B en effectuant les opérations sur les blocs comme de simples coefficiants. Vérifier ce calcul.

Exercice 9
Soit A une matrice, sa norme euclidienne est obtenue en Scilab avec la fonction $norm(A)$ qui peut prendre un second argument.

$$norm(A, 2) = norm(A) = \|A\|_2$$

$$norm(A, 1) = \|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}|$$

$$norm(A, 'inf') = \|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$$

Par ailleurs, la fonction de calcul d'un conditionnement (produit de la norme de la matrice par la norme de son inverse) s'obtient avec la fonction $cond(A)$. L'inverse de A pouvant s'obtenir avec la fonction $inv(A)$.

Tester ces différentes fonctions en générant des matrices aléatoirement par exemple.

Exercice 10
Soit A une matrice, λ est une valeur propre de A si il existe un vecteur v tel

que $Av = \lambda v$, v est le vecteur propre associé à λ.

A est dit diagonalisable si il existe P, matrice inversible, telle que

$$A = PDP^{-1}$$

avec D matrice diagonale formée des vecteurs propres de A et P matrice constituée par les vecteurs propres associés.

La fonction $spec(A)$ renvoie le vecteur composé de toutes les valeurs propres de A.

L'instruction $[D, P] = bdiag(A)$ permet de récupérer les matrices D et P définies ci-dessus.

1. Construire une matrice aléatoire A d'ordre 4 et calculer B, la somme de A et de sa tranposée. On sait que B est diagonalisable.
2. Calculer la décomposition de B sous la forme décrite précédemment et vérifier le résultat en calculant

$$\|A - PDP^{-1}\|$$

<u>Exercice</u> 11
Factorisation LU d'une matrice
L'instruction `[L,U]=lu(A)` renvoie la factorisation LU de la matrice A :

$$A = LU$$

U est triangulaire supérieure
L n'est pas forcément triangulaire inférieure à cause des permutations possibles nécessaires. Il existe Q matrice de permutation telle que QL soit triangulaire inférieure.

`[L,U,P]=lu(A)` correspond à

$$PA = LU$$

avec $P = Q^{-1}$. Tester cette fonction sous ses différentes modes de restitution en sortie en l'appliquant à des matrices aléatoires et valider les solutions trouvées en calculant

$$\|PA - LU\|$$

<u>Exercice</u> 12

Tracer le graphe de la fonction $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$ sur l'intervalle $]0, 4\pi[$.

<u>Exercice</u> 13

1. Rechercher dans l'aide intégrée (`help`), les fonctionnalités de `xset, xselect, xbox` et `xdel`. Tester ces fonctione en reprenant les exemples décrits dans l'aide.
2. Tracé sur un même graphique, les courbes représentatives des fonctions $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = 1 - x^2$, $f_3(x) = 2x^2$, pour $x \in [-1.0, 1.0]$.
3. Tracer ces courbes dans des couleurs différentes
4. Tracer sur un même graphique, pour $x \in [0.0, 7.0]$;
   - Une série de points issus de la fonction
     $$f(x) = sin(x) + \epsilon$$
     avec ϵ choisit arbitrairement dans $[-0.1, 0.1]$
   - La courbe continue représentative de la fonction
     $$g(x) = sin(x)$$

   On doit obtenir un résultat similaire à la figure 1.
5. Que fait la fonction `histplot` ? Faire des tests d'utilisation.

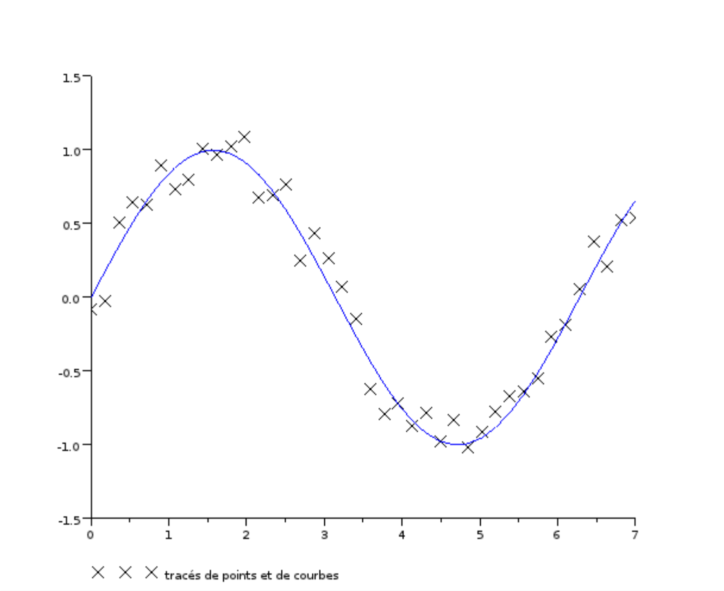

FIGURE 1 – Tracé d'un nuage de points et d'une courbe sur une même figure

Exercice 14
Tracer la surface en 3D de la fonction

$$g(x,y) = cos(x) * sin(y)$$

sur le domaine $[-3.0, 3.0] \times [-3.0, 3.0]$.
On utilisera la fonction `fplot3d`. Dans la fenêtre contenant la représentation graphique de cette surface, on testera les différents menus proposés, notamment les item du menu "Outils".