Modélisation et Implémentation des Systèmes Complexes

A. Cardon, C. Bertelle et D. Olivier
LIH - Laboratoire d'Informatique du Havre

DEA Informatique Théorique et Applications
Ecole Doctorale SPMI - Rouen/Le Havre

6 - Applications des Systèmes Complexes

6.1 Intelligence collective

6.2 Systèmes, écosystèmes et simulations individus-centrées

6.3 Systèmes évolutifs

6.4 Implémentation d'un modèle de résolution de problèmes par agents : l'éco-résolution

6.1 Intelligence collective - Plan

1. Modèles de fonctionnement des sociétés d'insectes
2. Formalisation du fonctionnement social et de son auto-organisation
3. Phéromones numériques et optimisation discrète
4. Répartition du travail et allocation de tâches
5. Classification
6. Le système immunitaire : intelligence collective des sociétés de lymphocites

A. Cardon, C. Bertelle et D. Olivier - LIH

Références bibliographiques

- E. Bonabeau et G. Theraulaz coord. *"Intelligence collective"*, Hermès, 1994.
- G. Theraulaz et F. Spitz *"auto-organisation et comportement"*, Hermès, 1997.
- E. Bonabeau, M. Dorigo et G. Theraulaz *"Swarm intelligence : from natural to artificial systems"*, Oxford University Press, 1999.

6.1.1 Modèles de fonctionnement des sociétés d'insectes

- Les insectes sociaux : modèles naturels des systèmes collectifs intelligents décentralisés (fourmis, abeilles, termites, ...)
- Conditions nécessaires pour la génèse d'une intelligence collective :
  - collectifs d'éléments constitutifs dont les comportements individuels sont corrélés et qui ont un but commun ... superorganisme ?

  - Quand un comportement global est-il intelligent ?
    * s'il satisfait à des critères d'adaptativité,
    * s'il permet de résoudre des tâches génériques,
    * s'il possède des capacités d'apprentissage.
- Intérêts du modèle biologique
  - plus grande fiabilité (robustesse/ tolérance aux pannes) d'un collectif par rapport à un individu omniscient.
  - plus grande flexibilité et adaptabilité
  - évolution à caractère dynamique

  - pas besoin de définir de contrôle central difficile à appréhender ... mais il faut définir un système qui doit être capable de résoudre des problèmes !
- précautions et limites
  - l'observateur et son importance
  - collectif d'agents plus réactifs que cognitifs : ils savent faire mais ne savent pas ce qu'ils font globalement.

6.1.2 Formalisation du fonctionnement social et de son auto-organisation

L'auto-organisation caractérise les processus d'émergence de structures à un niveau collectif, à partir de la multitude des interactions entre individus.

Exemple : mécanisme de recrutement alimentaire chez les fourmis qui consiste à rassembler des individus par dépot et suivis de traces (phéromones) vers des sources de nourritures.

Mécanismes de l'émergence d'une auto-organisation

- feed-back positif :
  - à la base de la génération ou du changement de forme, de structure ou d'état du comportement collectif (morphogénèse) ;
  - implémentés par des réponses individuelles à des stimulations, ils jouent le rôle de catalyseurs conduisant à la création de structures ;
  - Exemple : le recrutement vers des sources de nourritures est un feed-back positif reposant sur le dépot et le suivi de phéromones.

- feed-back négatif :
  - ont pour rôle de stabiliser les structures collectives (morphostase) ;
  - correspondent aux phénomènes de saturation, compétition entre plusieurs rétroactions positives
  - Exemple : dans le recrutement, il s'agit du nombre limité de fourrageuses, de l'épuisement de la source ou de la compétition entre les sources.

- amplification des fluctuations (aspects aléatoires dans le cheminement, les erreurs, le changement de taches, . . .) :
  - les structures n'émergent pas simplement en dépit de l'aléatoire, mais l'aléatoire est lui-même un élément crucial qui va permettre la découverte de nouvelles solutions.
  - Exemple : égarement aléatoire de certaines fourmis fouragères qui leur permet de trouver de nouvelles sources de nourritures inexploitées.

- nécessité d'un nombre critique d'individus :
  - Exemple : en raison de leur évaporation, les pistes de phéromones ne peuvent persister et se stabiliser que s'il y a un nombre critique d'individus engagés dans le processus collectif.

Caractéristiques d'un phénomène auto-organisé établi

- création de structures d'organisations spatio-temporelles : La base de ce processus morphogénétique est du aux rétroactions positives qui le génère alors que sa stabilité est maintenue par les rétroactions négatives.
- coexistance possible de plusieurs états stables : l'amplification aléatoire de certaines fluctuations peuvent conduire le système vers un nouvel état stable.

- existance de bifurcations : lorsque certains paramètres varient, le système auto-organisé peut changer son organisation de manière brutale au voisinage de bifurcations.

Stigmergie

- Concept introduit par P.P. Grassé, à propos de l'activité bâtisseuse chez les termites (piliers, arches pour la construction de leur nid, par exemple).
- Le plan de construction de l'ouvrage ne réside plus d'emblée dans l'environnement, mais il va s'actualiser progressivement et dynamiquement à travers les activités de l'ensemble des individus dans l'espace et le temps.

- Successions de stimulis-réponses : stimulation provoqué chez l'insecte lors de la rencontre d'un état antérieur de la construction de l'ouvrage, qui le fait répondre en poursuivant l'activité bâtisseuse succeptible de stimuler un autre insecte ... l'ensemble des réponses successives devant présenter une cohérence globale.
- Il s'agit bien d'une forme particulière de communication indirecte utilisé par les insectes sociaux pour coordonner leurs activitées.

Dans la suite - paragraphes 6.1.3 à 6.1.6 - la présentation de chaque paragraphe respecter la structure suivante :

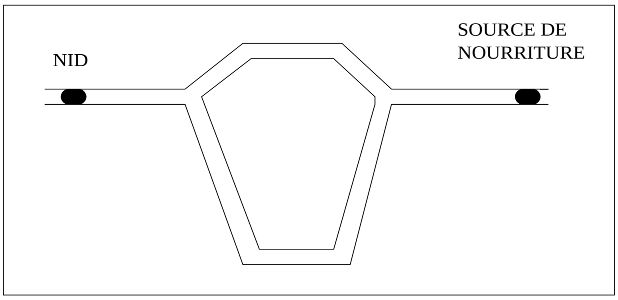
- Dans une première partie, on décrit un phénomène observé de comportement social des fourmis en suivant les traces des explications des éthologistes.
- Dans une seconde partie, on présente des applications orientées vers l'ingénierie et basées sur le comportement émergent de ces sociétés de fourmis.

6.1.3 Phéromones numériques et optimisation discrète

- Fourragement et recrutement alimentaire chez les fourmis
- Ant System (AS) et problème du voyageur de commerce
- Variantes et applications

Fourragement et recrutement alimentaire chez les fourmis

Expérimentation : On construit un pont à 2 branches de longueurs différentes entre un nid et une source de nourriture.



- Les fourmis déposent des phéromones lors de leur trajet de

recherche de nourriture.

- Elles reviennent plus vite vers le nid si leur chemin est plus court.
- Au bout d'un certain temps, presque toutes les fourmis choisiront le plus court chemin en suivant les traces déposées.
- Les fourmis peuvent déposer + ou - de phéromones en fonction de la qualité de la nourriture trouvée.

Ant System (AS) et problème du voyageur de commerce

1. Problème : trouver le cycle le + court reliant n villes totalement inter-connectées en passant 1 et 1 seule fois par chaque ville (cycle hamiltonien minimal dans un graphe complet pondéré).

2. Un modèle général à base d'agents réactifs

Un système dynamique à base d'agents, composé de 3 entités :

- un environnement invariant E_I, complexe par nature, non homogène et constitué d'un nombre fini de composantes $E_I = \{E_1, E_2, ...E_p\}$.
- un environnement modifiable E_M, ensemble de fonctions définies sur des composantes de E_I dont les valeurs sont modifiables par des agents.

- un ensemble X d' agents dont les caractéristiques correspondent au schéma “stimulus-réponse”
  - fonctions de perception : renseignements pris dans un voisinage de l'agent (V partie de E_I et restrictions de E_M à V), sur l'environnement et la société d'agents, ce qui inclus l'état propre de l'agent.
  - fonctions d'action : permet à l'agent de modifier l'environnement qui inclut ses propres caractéristiques et celles d'autres agents.

Espace temps T discret : $\forall t \in T$, il existe 1 état de E_M et de X déterminé pour des valeurs en t de leurs fonctions.

3. Modélisation du problème

Dans AS, des agents (fourmis virtuelles) construisent les solutions en parallèle, en visitant les villes du graphe.

- Environnement invariant
  - $G = (V, E)$ graphe complet
  - V ensemble des sommets = villes
  - E ensemble des arcs valués = distance entre 2 villes
  - $c_i, c_j \in V$ et $d_{ij} = d(c_i, c_j) \in E$

- Environnement modifiable
  - nombre d'agents sur chaque sommet
  - $\tau_{ij}(t)$: quantité de phéromones artificielles déposées par les agents fourmis sur chaque arête (i, j).
- Perceptions d'un agent
  - mémorisation par l'agent k des sommets-villes déjà visités dans un tableau $tabu_k(.)$,
  - voisinage du sommet i dans le graphe, ainsi que les valeurs de $\tau_{ij}(t)$ correspondantes.

- Actions d'un agent
  - avancer du sommet i vers le sommet j. On utilise des lois de transition aléatoires :
    - $p_{ij}^k(t)$: proba que l'agent-fourmi k, situé à la ville i, à l'instant t, se déplace vers la ville j.
    - $J_k(i)$: ensemble des villes qu'il reste à visiter par l'agent-fourmi k, situé à la ville i.
    - η_{ij} : souhait d'ajouter l'arc (i, j) à la solution trouvée. Pour le problème du voyageur de commerce, on peut prendre $\eta_{ij} = \dfrac{1}{d_{ij}}$.

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \dfrac{\left(\tau_{ij}(t)\right)^{\alpha} \left(\eta_{ij}\right)^{\beta}}{\displaystyle\sum_{l \in J_k(i)} \left(\tau_{il}(t)\right)^{\alpha} \left(\eta_{il}\right)^{\beta}} & si \quad j \in J_k(i) \\ 0 & si \quad j \notin J_k(i) \end{cases} \tag{1}$$

où α et β sont 2 paramètres à ajuster qui contrôlent l'importance relative donnée aux traces de phéromones ($\tau_{ij}(t)$) par rapport à l'heuristique (η_{ij}).

- Actions d'un agent (suite) :
  - déposer des phéromones en fin de parcours d'un cycle : Lorsque l'agent-fourmi k a fini un parcours $T_k(t)$ de longueur L_k, il met à jour les valeurs de $\tau_{ij}(t)$ en ajoutant une quantité de phéromone proportionnelle à la valeur du parcours : $\Delta\tau_{ij}^k(t)$

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \dfrac{Q}{L_k} & si \quad (i,j) \in T_k(t) \\ 0 & si \quad (i,j) \notin T_k(t) \end{cases} \tag{2}$$

où Q est un paramètre à ajuster.

Il est alors nécessaire de mettre en place un système d'évaporation des phéromones afin d'éliminer les solutions non satisfaisantes provenant de la partie aléatoire de l'exploration - notamment au démarrage.

Soit ρ : le coefficient d'évaporation $\in [0; 1]$ alors

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_{ij}^{k}(t) \tag{3}$$

m correspondant au nombre d'agents-fourmis.

4. Algorithme

1. Initialisation :
   - placer les m agents sur les n villes
   - initialiser $\tau_{ij}(t) = Cste$ et $\Delta\tau_{ij} = 0$
2. (Début d'itération) Initialiser $tabu_k$ la liste des villes déjà visitées par chaque agent k.
3. Répéter jusqu'à ce que toutes les listes $tabu_k$ soient pleines (i.e. $n-1$ répétitions)
   - pour chaque agent k, calcul d'après (1), de $p_{ij}^{k}(t)$ proba de la ville actuelle i vers une ville voisine j. A l'issu d'un tirage aléatoire respectant ces probabilités, se

déplacer vers l'une de ces villes en l'ajoutant à $tabu_k$.

4. Pour chaque agent, calculer la longueur du cycle réalisé L_k et calculer, pour chaque arête, $\Delta\tau_{ij}^k$ d'après l'équation (2).

5. pour chaque arête, calculer $\tau_{ij}(t+1)$ d'après l'équation (3).

6. Si (Nb itérations $<$ Nb max) et (comportement non stable : i.e. tous les agents n'ont pas refait le même cycle) alors aller en 2 sinon la solution (le + court cycle) a été trouvée : c'est celui qui réalise $\min_k L_k$.

5. Ajustement des paramètres

- Il faut un nombre suffisant d'agents-fourmis mais s'il y en a trop l'algorithme est peu efficace.
- M. Dorigo suggère les valeurs de paramètres suivants :
  - $m = n$ (nb agents = nb villes)
  - $\alpha = 1$ et $\beta = 5$
  - $\rho = 0.5$ et $Q = 100$

- On trouvera des essais comparatifs avec d'autres méthodes et des tests d'ajustement des coefficients dans l'article

  M. Dorigo, V. Maniezzo et A. Colorni "*The Ant System*", IEEE Transactions on Systems,Man and Cybernetics - Part B, Vol. 26, n. 1, 1996, p 1-13

  téléchargeable depuis le site de Dorigo (http://iridia.ulb.ac.be/dorigo/dorigo.html).

Variantes et applications (1)
Mises à jour locales des phéromones

Dès qu'un agent se déplace de la ville i à la ville j - et sans attendre la fin d'un cycle - on met à jour la trace de phéromone entre les villes i et j :

- soit d'une grandeur constante ;
- soit d'une grandeur inversement proportionnelle à la distance séparant i et j.

cf. tests et comparaisons dans l'article précédemment cité.

Variantes et applications (2)
Mises à jour centralisée des phéromones

A la fin d'une itération, toutes les longueurs des cycles des m agents sont évalués et on ne mettra à jour que les traces de phéromones correspondant au plus petit cycle. Cette variante porte le nom de ACS (Ant Colony System) et sa variante au problème d'assignement quadratique s'appelle ACO (Ant Colony Optimisation) qui est souvent présentée comme généralisant AS.

Les grandes étapes de l'algorithme de ces variantes sont les suivantes :

- Tant que (condition de fin non satisfaite) faire
  - A chaque itération :
    - calcul de l'activité de l'ensemble des agents
    - calcul de l'évaporation des traces de phéromones
    - calcul des actions centralisées sur le système (partie spécifique à ces variantes)

Variantes et applications (3)
AntNet

Algorithme de la famille ACO pour le problème de routage dynamique optimal sur des réseaux.

- On ne possède qu'une connaissance locale contrairement aux routages conventionnelles qui sont basé sur des contrôles centralisés
- Permet une meilleure flexibilité, adaptation aux pannes ou aux congestion de réseaux.

6.1.4 Répartition du travail et allocation de tâches ... chez les colonies de fourmis

- Comportement fondamental chez les insectes sociaux
- Constitution de castes d'insectes spécialisés pour la réalisation de tâches spécifiques sur les bases suivantes :
  - tranches d'âges
  - similarités morphologiques
  - hors critère ... caste comportementale

- caractère adaptatif de la répartition du travail permettant le “reclassement” de certains individus et ceci de manière non centralisée.

Modèles des seuils de réponses description

- Une tâche est associée à un stimulus (phéromone) incitant les individus à la réaliser ;
- Un individu possède un seuil de réponse vis à vis d’une tâche, et ceci en fonction de sa classe d’appartenance ;
- Si il y a disparition d’individus spécialisés dans une tâche, alors les stimuli associés à cette tâche doivent augmenter de façon à ce qu’elle puisse être prise en compte par d’autres individus

Modèles des seuils de réponses
formulation

s : quantité de stimuli rattachée à une tâche donnée
Θ : seuil de réponse à une tâche pour un individu donné

- si $s << \Theta$ alors la proba de réponse est faible
- si $s >> \Theta$ alors la proba de réponse est élevée

La proba de réalisation de la tâche correspond à

$$T_\Theta(s) = \frac{s^n}{s^n + \Theta^n}$$

où $n > 1$ est le degré de seuil ($n = 2$, dans la suite)

Modèles des seuils de réponses
modèle à 1 tâche

- On suppose que l'on a 1 tâche à réaliser. Un stimulus d'intensité s est associé à cette tâche et augmente si elle n'est pas réalisée.
- X_i l'état d'activité d'un individu i (il vaut 1 s'il réalise la tâche et 0 sinon).
- Θ_i correspond au seuil de réponse à la tâche, de l'individu i.

Modèles des seuils de réponses modèle à 1 tâche (2)

- Proba de passage de l'état inactif vers l'état de réalisation de la tâche :

$$P(X_i = 0 \rightarrow X_i = 1) = T_{\Theta_i}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \Theta_i^2}$$

avec un degré de seuil = 2.

- On pose que la proba de passage de l'état actif à l'état inactif $P(X_i = 1 \rightarrow X_i = 0)$ vaut p, constant et identique pour chaque individu. $1/p$ est alors le temps moyen de la réalisation d'une tâche.

Modèles des seuils de réponses modèle à 1 tâche (3)

- On fait varier l'intensité du stimulus en fonction de l'importance de l'ensemble des réalisations de tâches :

$$s(t+1) = s(t) + \delta - \alpha\eta_{act}$$

  - δ est une constante d'augmentation de l'intensité par unité de temps ;
  - α est une constante de diminution de l'intensité due à l'activité d'un individu ;
  - η_{act} est le nombre d'individus actifs réalisant la tâche.

Si on a 2 populations : l'une avec un seuil de réponse bas et l'autre avec un seuil de réponse élevé et que la première population disparaît alors la deuxième va finir par prendre en charge la tâche dont elle n'avait pas à l'origine la spécialité.

On peut étendre le modèle pour gérer l'exécution concurrente de tâches multiples.

Modèles des seuils de réponses limitation et extension

Les seuils de réponse constants et fixés initialement ne permettent pas la prise en compte de tâches nouvelles.

On étend alors le modèle pour autoriser une variation du seuil :

- il augmente lorsque la tâche est réalisée ;
- il diminue sinon.

Modèles des seuils de réponses
un exemple

<u>Pb</u> : récupération adaptative de courriers par une compagnie de postiers, les courriers devant attendre le moins longtemps possible.

- Proba qu'un postier i, situé en z_i, réponde à une demande d'intensité s_j dans la zone j :

$$p_{ij} = \frac{s_j^2}{s_j^2 + \alpha\Theta_{ij}^2 + \beta d_{jz_i}^2}$$

  – Θ_{ij} : seuil de réponse du postier i à une demande de la zone j ;

  – d_{jz_i} : distance entre j et z_i ;
  – α et β sont 2 paramètres d'influence relative des 2 quantités précédentes.

- Chaque fois qu'un postier se déplace vers la zone j pour retirer du courrier, ses seuils de réponse sont mis à jour :
  – $\Theta_{ij} \leftarrow \Theta_{ij} - \xi_0$;
  – $\Theta_{il} \leftarrow \Theta_{il} - \xi_1, \forall l \in \eta_j$ (voisinage de la zone j) ;
  – $\Theta_{ik} \leftarrow \Theta_{ik} + \phi$, pour les autres valeurs de k.

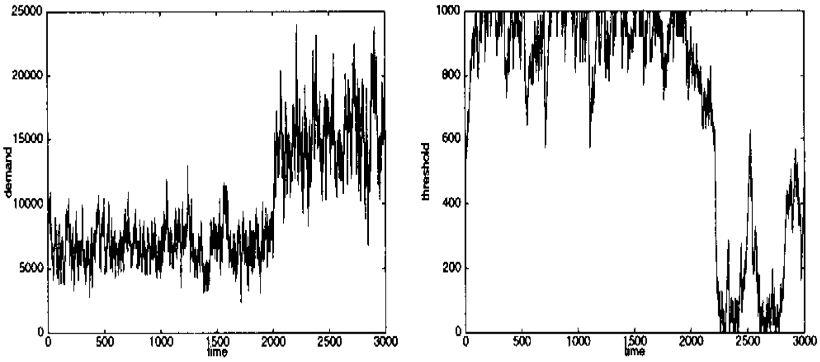
  ξ_0 et ξ_1 sont des coefficients d'apprentissage. ϕ est un coefficient compensatoire.

Modèles des seuils de réponses un exemple - expérimentation

- On applique l'exemple sur une grille cyclique découpée en 5x5 zones et avec 5 postiers ;
- A chaque itération, 5 zones voient leur intensité augmentée d'une valeur 50 ;
- $\alpha = 0,5$, $\beta = 500$, $\Theta_{ij} \in [0;1]$, $\xi_0 = 150$, $\xi_1 = 70$, $\phi = 10$
- Losqu'un postier répond, il est inopérationnnel pendant une période de temps correspondant à la distance qu'il doit parcourir ; l'intensité de la demande à laquelle il satisfait

vaut alors 0 pendant cette période.

- On observe la mise en place d'une auto-organisation qui consiste à spécialiser des postiers sur certaines zones et ceci de manière adaptative.
- Figure ci-après où un postier a été retiré à un instant donné. Sur la figure 1, on visualise la demande de la zone qui y est rattachée. Surt la figure 2, on visualise le seuil d'un postier affecté sur une autre zone et pour cette zone qu'il désaffecte pour rejoindre la zone critique.

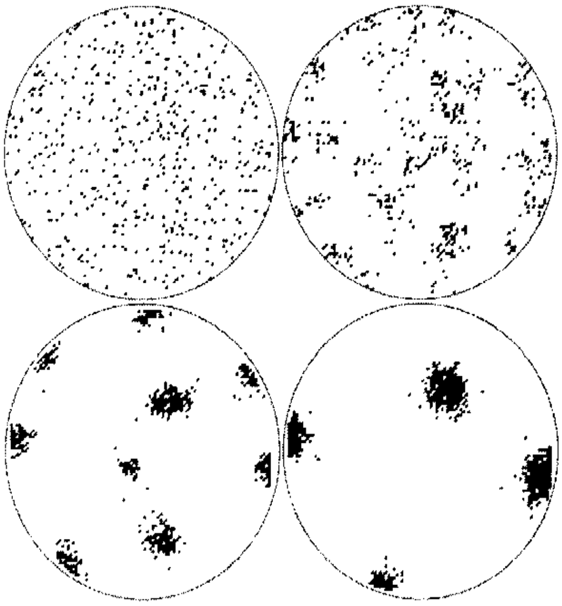


A. Cardon, C. Bertelle et D. Olivier - LIH

6.1.5 Classification
Tris décentralisés chez les insectes sociaux

Les insectes sociaux (fourmis p.e.) mettent en place des méthodes décentralisées pour la gestion de cimetières ou le tri de leur couvain.

- Aggrégation et formation de “clusters” souvent à proximité des bords ou des hétérogénéités ;
- Constitution de petits clusters qui augmentent progressivement et jouent le rôle de “feed-back” (stigmergie).



Modèle de base

Hypothèse : un seul type d'objet à trier.

- Probabilité qu'une fourmi se déplaçant "à vide" prenne un objet est :

$$p_p = \left(\frac{k_1}{k_1 + f} \right)^2$$

  - f : valeur de la perception d'objets dans le voisinage de la fourmi ;
  - k_1 : seuil
    - si $f << k_1$ alors $p_p \sim 1$,
    - si $f >> k_1$ alors $p_p \sim 0$.

- probabilité qu'une fourmi chargée d'un objet le dépose est

$$p_d = \left(\frac{f}{k_2 + f}\right)^2$$

  - k_2 : 2^{eme} seuil
    * si $f << k_2$ alors $p_d \sim 0$,
    * si $f >> k_2$ alors $p_d \sim 1$.

- f : mémoire à court terme propre à chaque fourmi. On mémorise les T derniers pas de temps et alors $f = N/T$: rapport du nombre d'objets rencontrés pendant la période sur le nombre d'objets maxi pouvant être rencontré (si on ne peut rencontrer que 0 ou 1 objet à chaque pas de temps).

On peut étendre la méthode à plusieurs objets de nature différente.

Application/extension à l'analyse de données

- Soient O_1 et O_2 deux données de natures différentes ;
- On note $d(O_1, O_2)$ la distance mesurant la différence de nature des 2 objets, comme par exemple :
  - une métrique binaire : $d(O_1, O_2)$ vaut 0 si O_1 et O_2 sont du même type sinon elle vaut 1 ;
  - une métrique + complexe basée sur des objets possèdant plusieurs attributs. On peut, dans ce cas, faire des projections des vecteurs d'attributs dans un sous-espace pour favoriser la classification sur certains critères.

Algorithme LF(Lumer et Faieta, 1994)

- On prends que le nombre d'attributs d'un objet : $m = 2$ (p.e. coord. planaires)
- On considère une grille planaire et on note V_r la région voisine d'un site r, de surface $s^2 - 1$ (s : largeur en nb de cases du voisinage).

Soit une fourmi située au site r à l'instant t et trouvant l'objet o_i. La densité locale d'objets de même type que o_i sur le site r vaut

$$f(o_i) = max\left(0, \frac{1}{s^2} \sum_{o_j \in V_r} \left[1 - \frac{d(o_i, o_j)}{\alpha}\right]\right)$$

c'est une mesure de similarité par rapport à l'objet o_i du voisinage de o_i, qui remplace f dans le modèle de base.
α correspond au facteur d'échelle de dissimilarité. S'il est trop grand, on réunit des données hétérogènes, s'il est trop petit, on dissocie toutes les données.

On pose

$$p_p(o_i) = \left(\frac{k_1}{k_1 + f(o_i)}\right)^2$$

$$p_d(o_i) = \begin{cases} 2f(o_i) & sif(o_i) < k_2 \\ 1 & sinon \end{cases}$$

Résultats

- Distributions de 800 points de données d'attributs (x, y) répartis dans 4 clusters à retrouver par l'algorithme, et placer initialement de manière aléatoire sur un domaine en 2-D ;
- Algorithme avec 10 fourmis : après 10^6 itérations, on retrouve la formation d'environ 6 clusters.

conclusion : L'algorithme a tendance à générer plus de clusters que nécessaire.

Améliorations de l'algorithme LF

Les fourmis ont différentes vélocités :$v \in [1, v_{max}]$, nombre d'unités de grille franchies par pas de temps

$$f(o_i) = max\left(0, \frac{1}{s^2}\sum_{o_j \in V_r}\left[1 - \frac{d(o_i, o_j)}{\alpha\left(1 + \frac{v-1}{v_{max}}\right)}\right]\right)$$

Les fourmis rapides sont moins sélectives : elles construisent des clusters + gros et - compacts.

Améliorations de l'algorithme LF (2)

Mémoire à court terme

Les fourmis se rappellent des m derniers objets qu'elles ont portées. A chaque fois qu'elles prennent un objet, elles le comparent avec les objets qu'elle a mémorisé et en déduit un sens de déplacement. Cela permet de réduire la formation de clusters distincts mais contenant des éléments de même nature.

Améliorations de l'algorithme LF (3)

Changement de comportement

Les fourmis peuvent commencer à détruire des clusters si elles n'ont pas pris d'objet depuis plusieurs pas de temps. Cela permet de sortir de solutions non satisfaisantes correspondants à un minimum local et non global.

Remarque :

- Les positions relatives des clusters construits n'ont pas de signification, contrairement aux coutumes en analyse de données ;
- Application au tracé et partitionnement de graphes.

6.1.6 Le système immunitaire : intelligence collective des sociétés de lymphocites (d'après F. Varella)

- cf. livre Bonabeau et Theraulaz "*Intelligence collective*", chap. 4 + paragraphes 7.1.3 et 8.3.1.